

直線の傾きって何のこと??

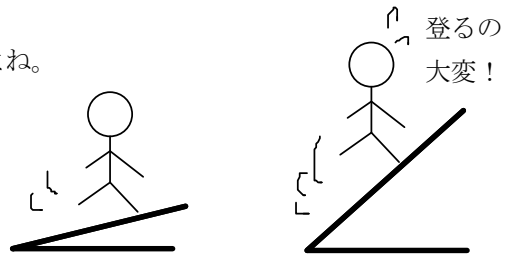
右図のように坂道があったとします。

明らかに右の方が「傾斜が大きい」ですね。

登るのも大変です!

このようなとき

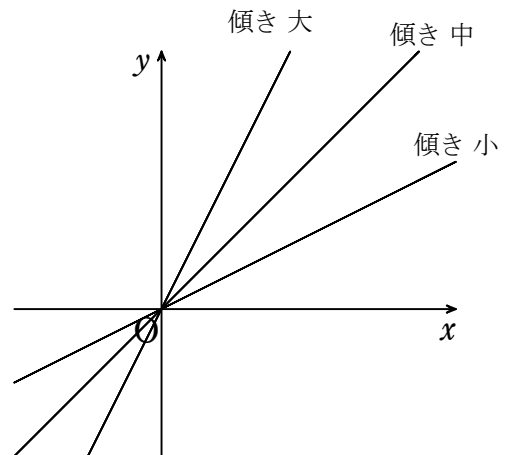
右の方が「傾きが大きい」と言います。



数学のグラフの話でも同じです。

右図のように3本直線があったとします。

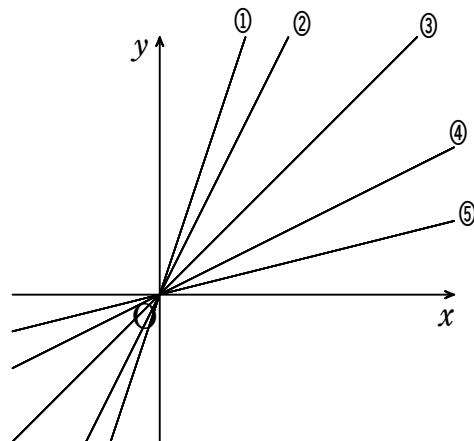
一番、傾斜が大きく、登るのがきつくなっている直線が傾きが一番大きいと言えます!



<問題>

右図のように原点を通る直線が5本あります。

これらの直線の中で「傾きが一番大きい直線」と「傾きが一番小さい直線」を番号で選びなさい。



直線の傾きを数で表してみよう！

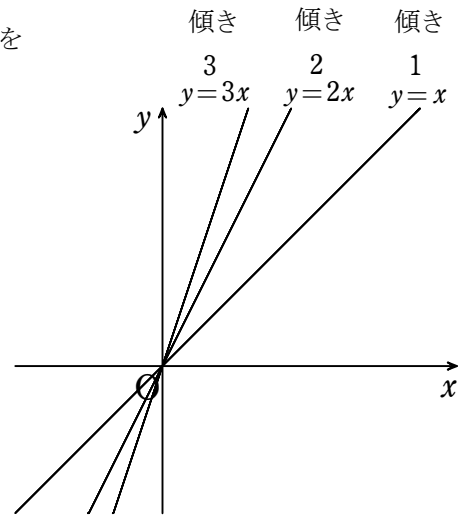
例えば、 $y=2x$ という直線の式があったとしたら
 x の前の係数「2」が傾きだと教えられたと思います。

さっき、「傾斜が大きいほど、傾きが大きい」ということを
 話しました。

数でも一緒なんですよ！！
 例えば、右に3つ直線があります。
 それぞれに直線の式をつけていますけど

「傾きが大きいほど、 x の係数が大きい」
 ですよ。

なので、 $y=ax$ の a の値が大きいければ
 傾斜がよりきつくなった直線を意味しています。



<問題>

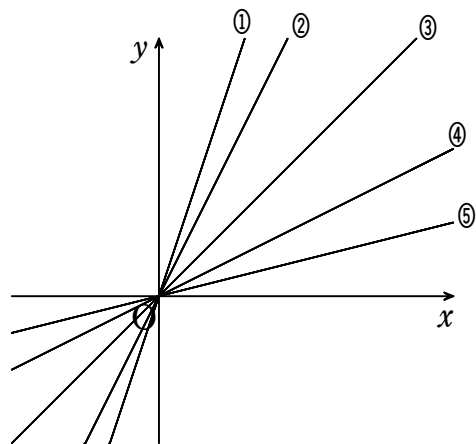
右図の直線は

$$y=x, y=2x, y=3x, y=\frac{1}{2}x, y=\frac{1}{4}x$$

のいずれかである。

①から⑤の中で対応するものを選べ。

$y=x$	
$y=2x$	
$y=3x$	
$y=\frac{1}{2}x$	
$y=\frac{1}{4}x$	



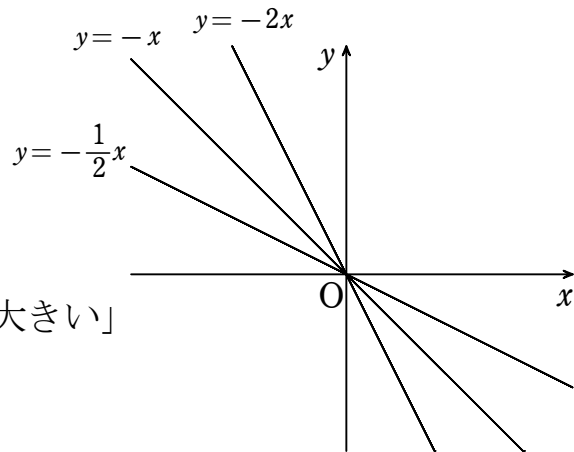
右下がりの直線の傾き

右の2つの直線を見てください。
 $y = -2x$ の方が「傾斜がきつい」ですよ！

プラスマイナスの符号は無視すると
 やっぱり

「傾きの数が大きいほど、傾斜が大きい」

ですよ。じゃあ、符号のマイナスって??
 見て分かるとおり



「マイナスだと右下がり」

という「直線の方向」を表しているだけなのです。なので、別に右上がりでも右下がりでも

「傾きの数が大きいほど、傾斜が大きい」

という話は変わらないんです！

<問題>

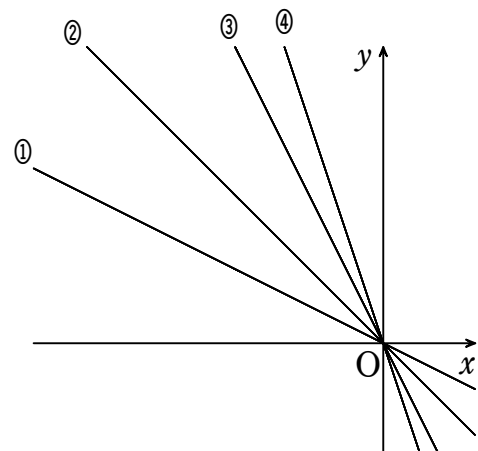
右図の直線は

$$y = -x, y = -2x, y = -3x, y = -\frac{1}{2}x$$

のいずれかである。

①から④の中で対応するものを選べ。

$y = -x$	
$y = -2x$	
$y = -3x$	
$y = -\frac{1}{2}x$	



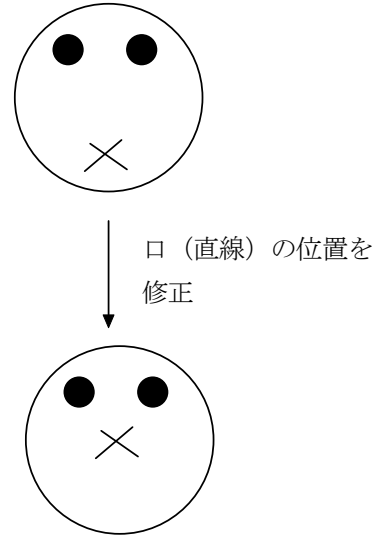
直線の切片とは

あるお絵かきソフトがあったとします。
「まる」と「直線」でミッ○イーちゃんをかいてみました。
でも口が少し下すぎますね。

なので、口をかいた直線を少し上にあげて
見ました。

ちょっとだけミッ○イーちゃんに
似てきてませんか？

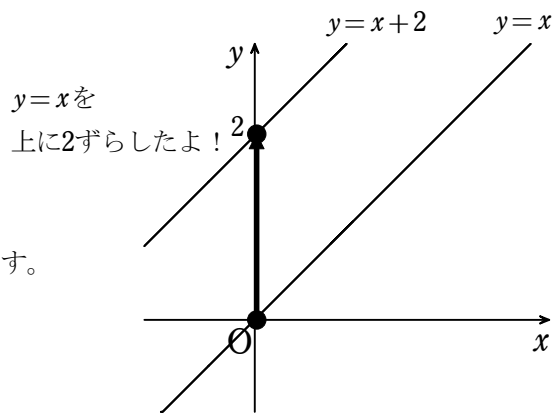
このように、同じ傾きの直線でも
上下にずらしたいときもあります。



直線のグラフを上下にどれだけ、ずらすかを
表した数が切片です。

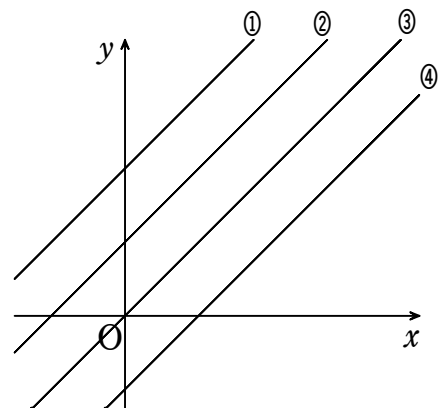
$y = ax + b$ の「 b 」の部分が
それにあたります。

この数がプラスの大きい数になればなるほど、
上にずれます。
マイナスの小さい数になればなるほど、下にずれます。



<問題>

右図のような同じ傾きの4本の直線がある。
切片が一番大きい直線を①から④の中から選べ。



直線の傾きと切片の話のまとめ

以上のことより

「傾き」は傾斜の大きさを表す。

大きくなればなるほど、傾斜が大きくなる。

「切片」は直線を上下にどれだけずらしたかを表す。

大きくなればなるほど、上にずれる。

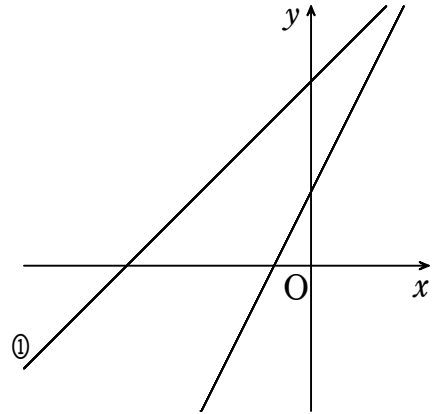
例

右の2本の直線は

$$y = x + 5 \text{ と } y = 2x + 2$$

のグラフである。

①の直線は、どちらの式になるか答えよ。



解答

$$y = x + 5$$

<理由>

①の方が傾斜がゆるいので、傾きが小さい。

よって、 $y = x + 5$ の方が $y = 2x + 2$ より傾きが小さいので $y = x + 5$ 。

または、①のグラフは切片が、もう1つの直線より大きいので、 $y = x + 5$

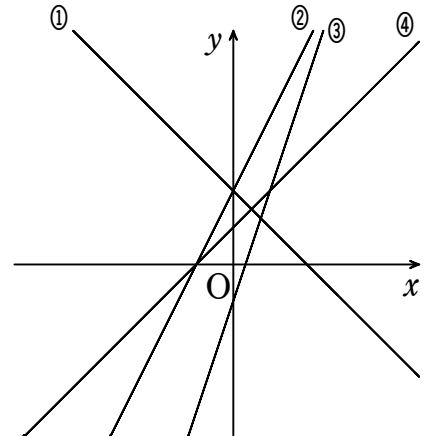
<問題>

右の4本の直線は

$$y = x + 1, y = 2x + 2, y = 3x - 1, y = -x + 2$$

のいずれかである。①から④までそれぞれ適するものを選び。

$y = x + 1$	
$y = 2x + 2$	
$y = 3x - 1$	
$y = -x + 2$	



直線のグラフをかく

$y = ax + b$ のグラフをかいてみましょう。

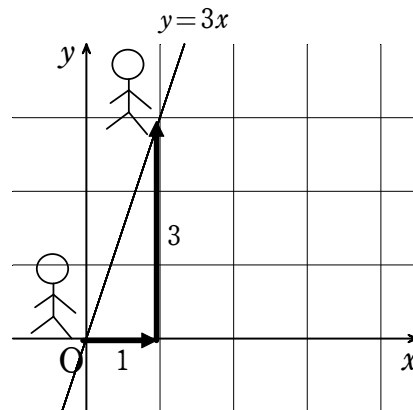
まず、「傾き」の定義です。

例えば、右図は「傾きが3」の直線です。

原点から、右に1マスいったときに上に3行ってますね。

このように「傾き a 」とは
右に1マスいったときに、上（または下）に a 進む
ように直線をひきましょう。

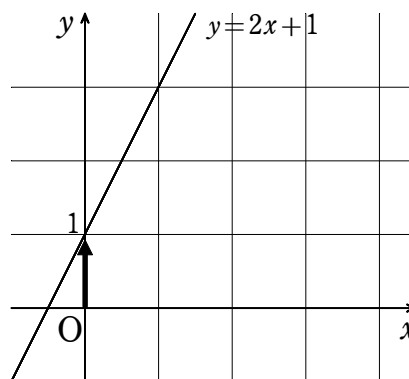
このルールでひけば、数がでかいほど
傾斜が大きくなります。



例 $y = 2x + 1$ の直線をかけ。

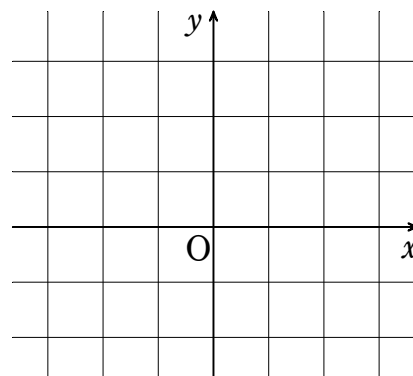
解答 右図

傾き2なので、右に1マス行って上に2マスいきます。
そして、切片1なので、原点から直線を引くのではなく
上に1マスのところから直線をひきましょう。



<問題>

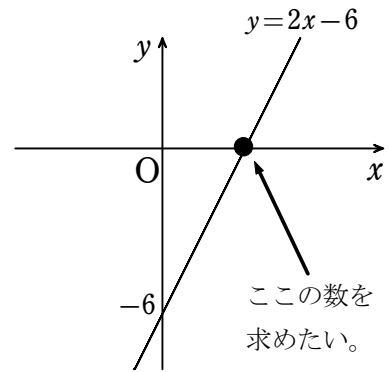
右図に $y = x - 1$ $y = -2x + 2$ のグラフを
かきこめ。



直線と x 軸との交点

直線 $y=2x-6$ のグラフを右図にかきました。
この直線は x 軸と y 軸でそれぞれ交わっています。

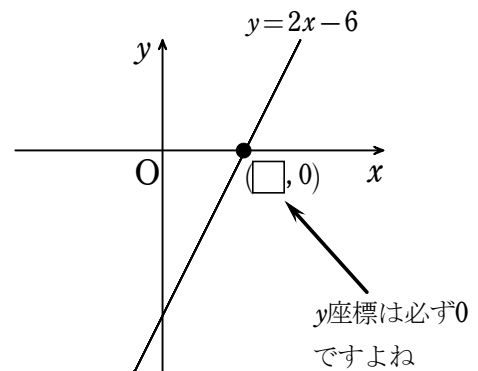
y 軸との交点の座標は $(0, -6)$ とグラフの切片の値から分かります。
でも x 軸との交点の座標はグラフの式には、ないので分かりません。



x 軸との交点を求める練習をしましょう。
右図のように交点の y 座標は 0 ですよ。
なので、解き方としては

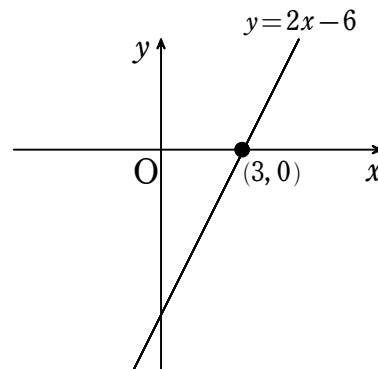
$y=2x-6$ の式に「 $y=0$ を代入」します。

元々、 $y=2x-6$ の式の y とか x とかって「 y 座標の数」
「 x 座標の数」という意味なんです。なので、 y 座標が 0 なら
元の式の y のところに 0 を入れても構わないんです。



$$\begin{aligned} 0 &= 2x - 6 && \leftarrow y=0 \text{ 代入した式} \\ -2x &= -6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

なので、直線と x 軸との交点の「 x 座標は 3 」
と計算で導くことができます。なので交点の座標は
 $(3, 0)$ となります。

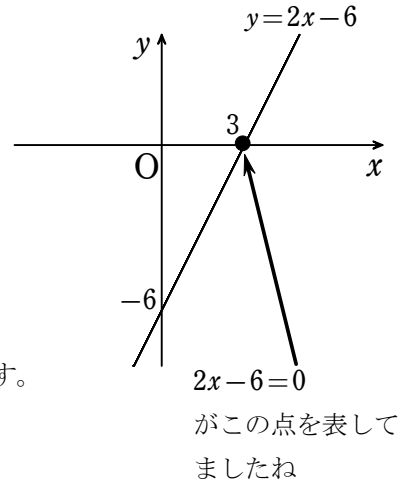


<問題>

直線 $y=2x+6$ と x 軸との交点の座標を求めなさい。

直線の不等式

$2x-6=0$ は
直線 $y=2x-6$ と x 軸との交点を意味していました。
では「 $2x-6>0$ 」はグラフでどの部分かを考えましょう。



まず、整理しておいて欲しいのが
「 $2x-6$ 」って直線の y 座標のことなんです！

だって、 $y=2x-6$ なんです。イコールなんですよ。同じなんです。
式の y って「 y 座標の数」を表してるんです。だから
 $2x-6$ も「 y 座標の数」を表しているんです！！



少し、休憩。
上のことを完全に理解した上で進みましょう。

さて、

$$2x-6>0$$

の式の意味をこうとらえましょう。「 $2x-6$ が0より大きい(??)」という意味ですが…
「 $2x-6$ 」って直線 $y=2x-6$ の「 y 座標」のことだったから

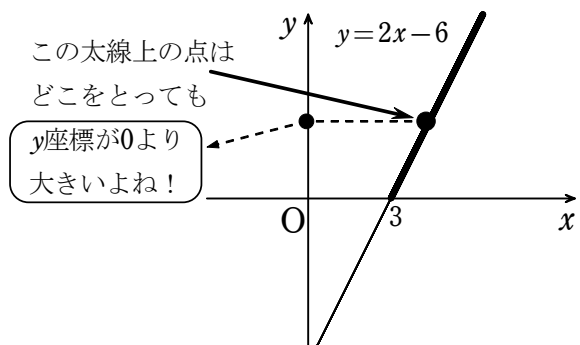
直線の「 y 座標が0より大きい」部分はどこだ？

これが $2x-6>0$ と同じ問題を意味しているのです！

図にすると、右の太い部分です。
この部分が $2x-6>0$ に相当する部分です！

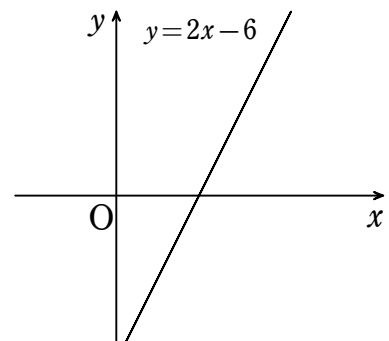
超大事です！！！！

この話が分からなかったら
質問してくださいね！



<問題>

右図で $2x-6<0$ を表す部分を
太く塗りつぶしなさい。

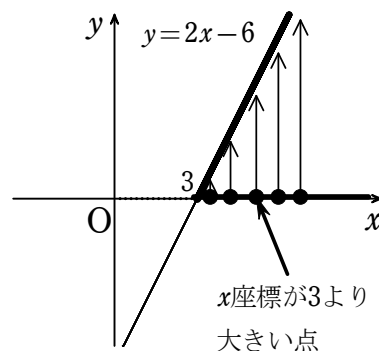


グラフを利用して不等式を解く。

$2x-6>0$ をグラフを利用して解きましょう。

x の式なので、答え方も x の式で答えます。
なので x 軸に注目します。

右図の x 座標が3より大きいとき、どの点をとっても直線の y 座標も0より大きくなりますよね。



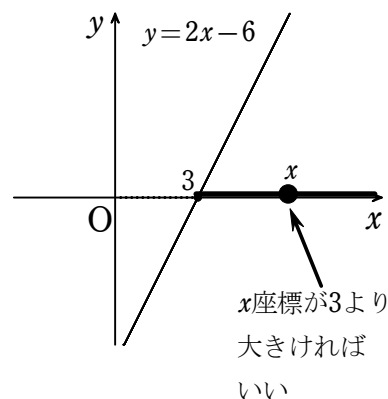
右図のように

「 x 座標の点が3より右側」なら良い(y 座標が0より大きくなる)と考えます。すなわち、

「 x が3より大きければいい」

のです。これを不等号を使って表したものが答えです。

☞ $x > 3$ ($3 < x$ と答えても良い)



参考

ちなみに普通の式計算でも解けます。

$$2x-6>0 \rightarrow 2x>6 \rightarrow x>3 \text{ ☞}$$

あつという間ですね。ではなぜ、わざわざグラフを見て小難しく考えて解く必要があるのか？

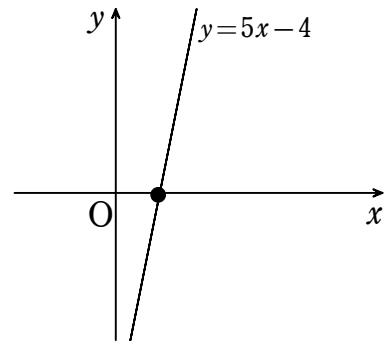
それは $x^2-3x+2>0$ を解けと言われたら式計算ではムリですよね？なので、グラフの y 座標が0より大きい部分(小さい部分)はどこかなー？って探す作業が必要になる問題があるんです。

なので、このグラフと関連させて x の範囲を出せる練習が必要なのです。

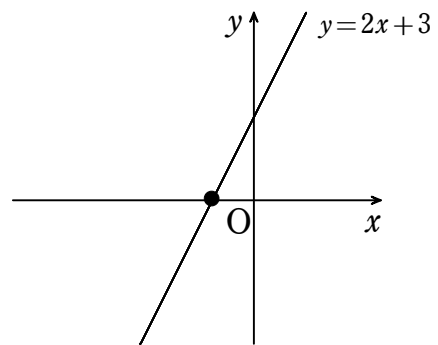
実践演習

次の1次不等式を、グラフを利用して解け。

(1) $5x - 4 < 0$



(2) $2x + 3 \geq 0$



(3) $-4x + 1 > 0$

